

Algoritmo descentralizado de ruteo de tráfico vehicular con información local inspirado en el algoritmo de hormigas

Alejandro Maldonado-Navarro, Carlos Gershenson-García

Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y Sistemas, México
mna_17@uxmcc2.iimas.unam.mx, cgg@unam.mx

Resumen. Los métodos convencionales de ruteo siempre han encontrado dificultades para equilibrar el flujo óptimo de la red y del usuario, así como para optimizar los tiempos de viaje. Por lo tanto, es importante reflexionar sobre la necesidad de nuevos métodos para administrar el tráfico sobre una red vehicular que permitan reducir el tiempo de traslado y aumentar el flujo de la red, explotando así todos los recursos disponibles. En este artículo, se propone un modelo de tráfico vehicular basado en autómatas celulares, en el cual se explora un mecanismo de ruteo basado en información local, junto con un factor de penalización basado en el algoritmo de colonia de hormigas. Los resultados de los experimentos con diferentes densidades y diferentes parámetros son examinados, mostrando que el mecanismo aquí propuesto logra incrementar hasta en un 100 % el flujo de la red y el número de viajes que se pueden realizar en determinadas densidades.

Palabras clave: algoritmo de ruteo, autómatas celulares, tráfico vehicular, optimización de colonia de hormigas, autoorganización.

Decentralized Algorithm of Vehicular Traffic Routing with Local Information Inspired by Ant Algorithm

Abstract. Conventional routing methods have always found it difficult to balance the optimal flow of the network and the user, as well as to optimize travel times. Therefore, it is important to reflect on the need of new methods to manage the traffic on a vehicular network that allows to reduce the travel time and increase the flow of the network, exploiting all the available resources. In this article, a model of vehicular traffic based on cellular automata is proposed, in which a routing mechanism based on local information is explored with a penalty factor based on the ant colony algorithm. The results of the experiments with different densities and different parameters are examined, showing that, the mechanism proposed here increases up to 100 % the network flow and the number of trips that can be made in certain densities.

Keywords: routing algorithm, cellular automata, vehicular traffic, ant colony optimization, self-organization.

1. Introducción

El problema de movilidad en México crece junto al número de automóviles en las calles y reduce la disponibilidad que éstas tienen. Algunos estudios [12,15] revelan cómo el incremento del parque vehicular está aumentando más rápido que el incremento de la infraestructura que lo soporta. Es decir, cada día hay más coches y menos vías en donde puedan circular.

La perspectiva futura para México, es que esta situación se agrava ante el continuo crecimiento del parque vehicular, que se estima llegue a 70 millones de vehículos en el año 2030 [8]. Por este motivo, es importante hacer consciencia sobre de la gravedad de la situación.

La solución a este problema puede seguir tres diferentes enfoques [5]: a) reducir el número total de vehículos en las calles, b) incrementar la infraestructura carretera, c) incrementar el flujo del tráfico con la infraestructura carretera existente. En la Ciudad de México ya se han propuesto diferentes estrategias para reducir el número de coches en las calles. También se ha incrementado la infraestructura. Sin embargo, no hay resultados con gran impacto. Por lo tanto, mejorar la movilidad con el uso de la infraestructura actual es una opción que debe de explorarse.

En la literatura podemos encontrar diferentes formas de resolver el problema haciendo uso de la infraestructura, por ejemplo, optimizar el flujo por medio de semáforos autoorganizantes [6], mejorar el tráfico mediante mecanismos de ruteo [10,2,16], o utilizar autoorganización y comunicación entre vehículos [5,18], en este documento, nos centraremos principalmente en el segundo enfoque: mejorar el tráfico mediante mecanismos de ruteo, especialmente mecanismos inspirados en la autoorganización de las hormigas, tales mecanismos han demostrado ser eficientes. Por ejemplo [10] propone un sistema de tráfico inteligente distribuido (DITS), el cual incrementa la velocidad media de los vehículos, mientras que [2] propone un mecanismo de antiferomona que logra reducir los tiempos de viaje.

Es clara la necesidad de buscar nuevos mecanismos de ruteo que permitan reducir el tiempo y la distancia del recorrido de los usuarios y de toda la red. En este artículo se propone un modelo de tráfico vehicular basado en autómatas celulares, en el cual se explora un algoritmo de ruteo que usa información local, junto con un factor de penalización basado en el algoritmo de colonia de hormigas.

Para la elaboración de los experimentos se propuso un marco de trabajo, el cual se compone de dos elementos: el primero es un modelo de tráfico vehicular basado en autómatas celulares, en el cual se explora el algoritmo propuesto, este modelo se compone de un grupo de reglas que definen la dinámica entre los vehículos. El segundo elemento es el algoritmo de ruteo para los vehículos, compuesto de un grupo de reglas que definen la forma en que interactúan la

feromona, el escenario y los vehículos, además de un algoritmo voraz basado en una heurística y una función de penalización para encontrar una ruta subóptima.

El documento está ordenado de la siguiente forma: en la sección 2 se exponen algunos conceptos básicos. En la sección 3 se explica el marco de trabajo: primero se introduce el modelo de tráfico vehicular propuesto, luego de ello se expone el algoritmo que se va a utilizar. En la sección 4 se da una breve explicación de la metodología utilizada para realizar los experimentos. A continuación, en la sección 5 se muestran los resultados. Finalmente, en la última sección se discuten los resultados, se dan conclusiones y se muestran ideas sobre trabajos futuros.

2. Conceptos básicos

2.1. Algoritmo de hormigas

El algoritmo de optimización por colonia de hormigas, o por sus siglas en inglés ACO, fue introducido inicialmente como *Ant System* [3] o sistema de hormigas por Dorigo en el año de 1996, este algoritmo describe cómo las hormigas son capaces de encontrar la ruta más corta entre su fuente de alimento y su hogar.

En el artículo [3] se considera el ejemplo de la Fig. 1, en el cual existe un camino donde las hormigas están caminando desde A hacia E (Fig. 1 (a)). A continuación, un obstáculo aparece en el camino y lo interrumpe. “Entonces en la posición B las hormigas que caminan de A hacia E (o de la posición D aquellas que caminan en dirección opuesta) tienen que decidir si girar a la derecha o a la izquierda (Fig. 1 (b)). La respuesta es influenciada por la intensidad de la feromona dejada por las hormigas anteriores. Un alto nivel de feromona en el camino correcto da a una hormiga un estímulo más fuerte y en consecuencia una probabilidad más alta de tomar el camino correcto” [3], de tal suerte que, la primera hormiga en llegar a B tiene la misma probabilidad de girar a la derecha o a la izquierda, ya que el camino BCD es más corto que BHD, la hormiga en llegar más rápido será la que tome el camino BCD, causando que la hormiga proveniente de D ahora escoja el camino CBA para llegar a A, en consecuencia este camino se va a fortalecer y por lo tanto las probabilidades de que este sea escogido por las siguientes hormigas se incrementan (Fig. 1 (c)).

En este artículo se propone un mecanismo de ruteo, parte del cual es inspirado en el algoritmo de hormigas anteriormente descrito, especialmente en el uso de la feromona. En el artículo original, esta feromona “da información sobre cuántas hormigas en el pasado han escogido el mismo camino”. En este artículo, la feromona nos dará información de cuántos vehículos han escogido un camino.

En el modelo propuesto la red inicia con una cantidad de feromona. Al pasar por las vías los vehículos recogen feromona (a diferencia del algoritmo original en el cual se deja feromona), la feromona de cada vía se recupera en cierta cantidad en cada paso de tiempo, la dinámica de los vehículos en las intersecciones consiste en tomar la ruta con mayor cantidad de feromona y menor distancia. La implementación de este mecanismo es descrita más a detalle en la sección 3.

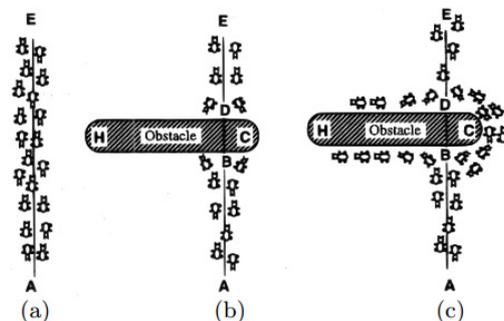


Fig. 1. “Un ejemplo con hormigas reales. (a) Las hormigas siguen el camino entre los puntos A y E. (b) Un obstáculo es interpuesto; las hormigas pueden escoger para ir alrededor de él siguiendo uno de los dos caminos con probabilidades iguales. (c) En el camino más corto se concentra más feromona” [3].

2.2. Tráfico vehicular

Velocidad. La velocidad v se puede apreciar como el escalar resultante de la distancia d que existe entre un punto A hacia un punto B dividido en el tiempo t que tarda en desplazarse, la fórmula se puede establecer en la ecuación (1):

$$v = \frac{d}{t}, \tag{1}$$

donde v = velocidad, d = distancia y t el tiempo.

Densidad. Es el número de vehículos que se encuentran sobre un tramo carretero, es decir, vehículos por el tamaño de la sección carretera, usualmente se usan vehículos por milla o vehículos por kilómetro, se define mediante la ecuación (2):

$$k = \frac{veh}{d}, \tag{2}$$

donde k es la densidad, veh es el número de vehículos y d es el tamaño de la sección carretera.

Flujo. Greenshields [7] estableció la relación entre densidad, velocidad y flujo, la cual se puede interpretar como la cantidad de vehículos que pasan por un tramo carretero en cierto tiempo. El flujo también se puede obtener a partir de la densidad y la velocidad (ecuación (3)):

$$q = \frac{veh}{t} = \frac{veh}{d} \frac{d}{t} = kv, \tag{3}$$

donde q es el flujo, veh es el número de vehículos, t es el tiempo y d es el tamaño de la sección carretera.

Diagrama fundamental. El término diagrama fundamental en sí mismo es históricamente basado en la hipótesis fundamental de Lighthill y Whitham [11], de la existencia de una curva de concentración de flujo (Fig. 2). Este enfoque nos permite observar la relación de las variables y estudiar los dos estados principales del tráfico, el flujo libre y el tráfico congestionado.

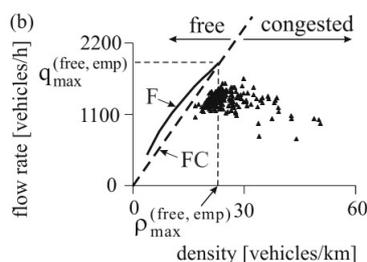


Fig. 2. Diagrama fundamental [9].

2.3. Modelos de tráfico vehicular

Los siguientes modelos de tráfico vehicular son basados en autómatas celulares (AC), los AC fueron usados inicialmente por von Neumann y Ulam [14]. Los AC son idealizaciones matemáticas de sistemas físicos. Un AC puede ser considerado unidimensional o bidimensional, esto según la dimensión del escenario. Esencialmente un AC evoluciona en espacios y tiempos discretos. Los valores de las variables principalmente se ven afectados por las variables de sus vecinos [19].

NaSch. El modelo NaSch fue propuesto en 1992 por Nagel y Schreckenberg [13]. Básicamente, describe la interacción entre vehículos sobre autopistas. Se considera estocástico debido a la desaceleración aleatoria y se basa principalmente en las siguientes cuatro reglas:

1. Aceleración: si la velocidad v de un vehículo es menor que v_{max} y si la distancia hacia el siguiente carro es mayor que $v + 1$, la velocidad es incrementada en uno, $v = v + 1$
2. Desaceleración (debido a otros carros): si un vehículo en el sitio i observa que el siguiente vehículo está en el sitio $i + j$ (con $j \leq v$), este reduce su velocidad a $j - 1$ ($v = j - 1$).
3. Aleatoriedad: con una probabilidad de p , la velocidad de cada vehículo (si es mayor que cero) es decrementada por uno ($v = v - 1$).
4. Movimiento del carro: cada vehículo avanza v lugares.

BML. Este fue un modelo propuesto en 1992 [1]. Es un modelo autoorganizado, considerado determinista (excepto por su inicialización aleatoria). Consiste en

una matriz en cuyas celdas es colocada una cantidad n de vehículos de forma aleatoria. Estos vehículos sólo pueden moverse en un único sentido, hacia arriba o hacia la derecha. Lo anterior ocurre en su versión asíncrona (o modelo I), siempre y cuando la siguiente celda no esté bloqueada. En el primer tiempo se mueven todos los de un sentido y a continuación, se mueven los del otro sentido, es decir, se establece un ciclo con dos etapas de turnos de movimientos.

3. Marco de trabajo

3.1. Modelo de tráfico vehicular

El modelo fue fuertemente inspirado por [13,1] el primero funge como modelo para autopistas, el segundo para ciudades, se tomaron como referencia [16,4] para la dinámica *home to work* y la topología *Manhattan-like*, también se tomaron ideas de [17] para la reducción de velocidad al acercarse a una intersección. La idea planteada en este trabajo se asemeja a la de [16] el cual describe la elección de rutas dinámicas entre la residencia y el trabajo.

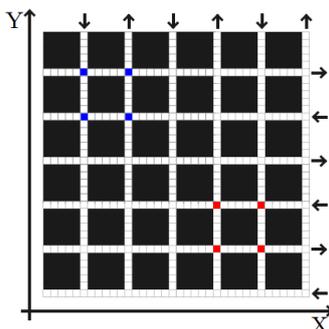


Fig. 3. Escenario o topología del modelo de tráfico vehicular, las flechas indican el sentido de las calles, los cuadros azules de la esquina superior izquierda denota los trabajos mientras que, en los cuadros rojos se establecen los hogares.

El escenario del modelo. Este se define en una cuadrícula de $n \times n$ celdas, donde se establecen $l \times l$ calles, las cuales se forman por conjuntos de celdas. A cada sentido de las calles le corresponde $l/4$, los sentidos de las calles son *izquierda*, *derecha*, *arriba* y *abajo*. Cada calle puede tener un sólo sentido. El escenario es considerado con fronteras cíclicas, dado que el escenario es como un toroide y los vehículos pueden pasar de un extremo a otro. La velocidad máxima permitida se establece en V_{max} .

En la inicialización de la simulación, los vehículos se ubican en el escenario de forma aleatoria. En cada paso de tiempo, estos tienen una sola dirección (*norte*, *sur*, *este* u *oeste*) y una velocidad $[0, 1, \dots, V_{max}]$. En el cuadrante superior izquierdo se establecen los hogares, mientras que en el inferior derecho los trabajos (Fig. 3). Al inicio, a los vehículos se les asigna un lugar de trabajo y un hogar. Estos pueden ser compartidos, es decir, varios vehículos pueden tener el mismo trabajo y el mismo hogar. La dinámica principal de los vehículos es ir de su trabajo a su hogar y viceversa cuando llegan a uno de estos sitios.

La extensión de BML realizada, considera los cuatro sentidos posibles: *izquierda* L , *derecha* R , *arriba* U y *abajo* D . En el escenario, los vehículos pueden corresponder a uno de los cuatro vectores, esto según su orientación, de tal modo que en cada tiempo t existen cuatro vectores del tipo $X_t = \{x_{t,1}, x_{t,2}, \dots, x_{t,n}\}$, donde t indica el tiempo, y $x_{t,n}$ hace referencia al vehículo n perteneciente al vector X en el tiempo t . En resumen, se tendrían los siguiente vectores: $L_t = \{l_{t,1}, l_{t,2}, \dots, l_{t,n}\}$, $R_t = \{r_{t,1}, r_{t,2}, \dots, r_{t,n}\}$, $U_t = \{u_{t,1}, u_{t,2}, \dots, u_{t,n}\}$, $D_t = \{d_{t,1}, d_{t,2}, \dots, d_{t,n}\}$

La función de transición se aplica de forma sincronizada a todos los elementos pertenecientes a cada vector, es decir, todos los vehículos del vector X cambian de posición al mismo tiempo. En contraste, el mecanismo se vuelve asíncrono cuando se va a ejecutar esta acción en cada vector, de tal modo que, primero se aplica la función de transición al vector L (todos los orientados a la izquierda se mueven de forma sincronizada) luego al R , al U y finalmente al D , cada una de estas cuatro tareas es llamada fase y, a la labor de realizar estas cuatro fases se le llamará ciclo asíncrono de movimientos (CAM).

En cada fase del CAM, sólo se contemplan los vehículos dentro de sus vectores originales. Es decir, si el vehículo $x_{t,1}$ cambia de orientación, solo podrá avanzar con su nueva orientación en $t + 1$. Esto nos servirá de mucho, ya que a diferencia del BML original, este modelo permite las vueltas a la derecha y a la izquierda, siempre y cuando se respeten las direcciones de las calles y no haya obstáculos. Se considera una vuelta cuando un vehículo x_i que pertenece al vector con orientación X , termina su movimiento en una intersección con una nueva orientación Y . Por ejemplo, que el vehículo 3 del vector con orientación hacia la derecha termine en una intersección con orientación hacia arriba, es considerado una vuelta, cuando los vehículos caen en un escenario como el anterior, estos sólo pueden salir de la intersección hasta su correspondiente fase del siguiente CAM.

Finalmente el conjunto de reglas que definen la interacción entre los vehículos se describe de la siguiente manera:

1. Aceleración: si la velocidad v de un vehículo es menor que V_{max} y la distancia al vehículo de enfrente es mayor que $v + 1$, la velocidad es incrementada en uno.
2. Aceleración por intersección: si el vehículo en la celda i observa una intersección en la celda $i + 1$ y su velocidad es 0, entonces su velocidad se establece en 1.

3. Desaceleración (debido a otros coches): Si el vehículo en la celda i observa un vehículo en $i + j$ con j menor o igual a v , entonces reduce su velocidad a $j - 1$.
4. Desaceleración (por intersección): si el vehículo en la celda i observa una intersección en la celda $i + j$ con j menor o igual que v , entonces reduce su velocidad a $j - 1$.
5. Aleatoriedad: Con una probabilidad P , la velocidad de cada vehículo (si es mayor a 0), es decrementada en 1.
6. Movimiento del carro: Cada vehículo avanza v lugares.

Algoritmo de ruteo. El algoritmo propuesto pertenece a la clase de algoritmos voraces, es decir, elige la opción óptima en cada paso local. Su función de costo se compone principalmente de tres elementos: el primero es la distancia entre la ubicación actual y la siguiente intersección, el segundo es la heurística, definida como la distancia euclidiana entre la siguiente intersección y el objetivo, el último elemento es un factor penalización, el cual se determina usando la feromona del escenario.

El uso de la feromona se inspira principalmente en el algoritmo de colonia de hormigas, el cual fue explicado brevemente en la sección 2. La forma en que interactúan la feromona, los vehículos y el escenario se define de la siguiente manera:

1. Inicialización: Al inicializar el escenario, todas las celdas tienen un nivel de feromona P_{max} .
2. Incremento: Cada paso de tiempo t , la feromona de cada celda i incrementa en P_{inc} unidades, es decir $P_{i,t} = P_{i,t-1} + P_{inc}$ si $P_{i,t} > P_{max}$ entonces $P_{i,t} = P_{max}$.
3. Decremento: Cada vez que un vehículo pasa de la celda i hasta la celda j , la feromona P de las celdas que van de $i \rightarrow j$ decrementan en P_{dec} unidades, es decir $P_{x,t} = P_{x,t-1} - P_{dec}$ si $P_{x,t} < 0$ entonces $P_{x,t} = 0$, $x \in i \rightarrow j$.

El algoritmo propuesto, usa una heurística basada en la distancia euclidiana de la siguiente intersección al objetivo, y un valor de penalización basado en el nivel de feromona. Los resultados que podemos extraer con él, pueden ser considerados subóptimos debido a que al hacer uso de información local, puede no alcanzar el resultado óptimo.

La Fig. 4 muestra brevemente la descripción de los datos usados por el algoritmo. Los vehículos usan este algoritmo al llegar a una intersección, permitiéndoles elegir la calle que en promedio tiene el mayor nivel de feromona y menor distancia hacia su destino. Esto se obtiene mediante la función de costo descrita en la ecuación (4). En esta se evalúa la distancia euclidiana d_{in} que existe desde su posición actual hacia la intersección, más la distancia euclidiana d_{nt} que hay desde la intersección evaluada hasta el objetivo. El resultado obtenido de la operación anterior es multiplicado por una función de penalización definida por el inverso del promedio de nivel de feromona $\hat{p}_{n,t}$ existente en las celdas del camino n que se está evaluando en el tiempo t (ecuación (5)), más uno. Con

esto se puede decir entonces que, a mayor feromona menor penalización y, a menor feromona mayor penalización (ecuación (4)).

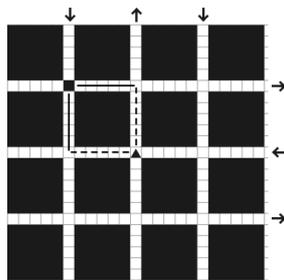


Fig. 4. Algoritmo propuesto. Las flechas en los costados del mapa indican el sentido de las calles, el triángulo en el centro representa al vehículo y su orientación. El objetivo es denotado por el cuadrado ubicado en la parte superior izquierda que yace en la intersección. El conjunto de celdas bajo la línea punteada son consideradas como la calle a evaluar. Dada la topología, siempre existen dos. La línea punteada marca la distancia de la ubicación actual a la siguiente intersección, mientras que la línea negra marca la distancia de la intersección al objetivo.

Por lo tanto, cuando $\hat{p} = 0$, es decir, la calle está completamente saturada, el valor de la ruta R_n se convierte sólo en el resultado de la operación $d_{in} + d_{nt}$, de tal modo que el valor máximo para R_n es igual a $d_{in} + d_{nt}$, y que, este valor será entonces la peor ruta a tomar:

$$R_n = (d_{in} + d_{nt}) * \frac{1}{\hat{p}_{n,t} + 1}, \tag{4}$$

de donde

$$\hat{p}_{n,t} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^k p_{i,t}, \tag{5}$$

donde R_n es el coste del camino n , d_{in} es la distancia euclidiana de la ubicación actual hacia la siguiente intersección, d_{nt} es la distancia euclidiana de la siguiente intersección al objetivo (heurística), y $\hat{p}_{n,t}$ es el nivel de feromona p promedio en el grupo de celdas que conforman el camino n de tamaño k a evaluar, en el tiempo t .

Esta función de costo, es parecida a la función de costo usada en [16]. Sin embargo, en aquel trabajo se expone como factor de penalización el uso de la densidad elevado a un factor alfa. Esta función puede apreciarse en la ecuación (6):

$$P_n = (d_{in} + d_{nt})(1 + c_{in})^\alpha, \tag{6}$$

donde P_n es el costo del camino, d_{in} la distancia del nodo actual al nodo siguiente, d_{nt} la distancia del siguiente nodo al nodo objetivo, c_{in} representa la congestión o densidad del camino $i \rightarrow n$, y α es un factor de corrección [16].

En el caso de este trabajo, el uso de la feromona ayuda a conservar información del pasado, como si se tratara de una memoria a corto plazo, a diferencia de la densidad que nos da información únicamente de lo que está ocurriendo en determinado momento. Ésta es la ventaja que ofrece este nuevo enfoque respecto al anterior.

4. Metodología

Para realizar los experimentos se hizo uso de la herramienta NetLogo 6.0, la cual permite recrear escenarios mediante el uso de agentes y celdas (tortugas y parcelas). Se hicieron $N \times N \times M$ experimentos debido a que se buscó la mejor combinación del incremento P_{inc} y decremento P_{dec} de la feromona, diferentes valores desde 0 hasta 10 fueron probados, obteniendo un total de 121 resultados para los parámetros P_{inc} y P_{dec} .

Cada uno de estos 121 experimentos fue conformado por M sub experimentos, esto con la intención de explorar las diferentes densidades, que fueron desde 1 hasta M vehículos con ciertos parámetros P_{inc} y P_{dec} , estos sub experimentos fueron ejecutados con un periodo de 350 pasos o ciclos asíncronos de movimientos (CAM) cada uno, de tal modo que se elaboraron 121 experimentos que exploran las diferentes posibilidades de parámetros P_{inc}, P_{dec} y de 899 diferentes densidades, es decir se hicieron un total de 108,779 experimentos.

La mejor combinación se obtuvo a través del análisis del número de viajes realizados en cierto periodo de tiempo entre los trabajos y los hogares o viceversa (al los cuales llamaremos simplemente viajes o recorridos). El objetivo principal fue encontrar aquella combinación que maximiza el número de viajes realizados. Principalmente se extrajeron y estudiaron los siguientes datos:

- (a) El número total de viajes que se pueden realizar en determinado periodo de tiempo. Es decir, cuántos vehículos pueden llegar de su origen a su destino. Este valor es denotado por n , el tamaño del vector de la ecuación (7):

$$\bar{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \quad (7)$$

donde \bar{X} indica el vector de las distancias recorridas en cada viaje, y n el tamaño de este vector, es decir, la cantidad de viajes realizados.

- (b) El promedio de los viajes realizados según los parámetros P_{inc} y P_{dec} , con uno hasta m vehículos, es denotado en la ecuación (8) por $\hat{J}_{P_{inc}, P_{dec}}$:

$$\hat{J}_{P_{inc}, P_{dec}} = \frac{L}{M}, \quad (8)$$

donde L indica el total de viajes realizados en todas las densidades (ecuación (9)):

$$L = \sum_{m=1}^M n_m, \quad (9)$$

donde n_m representa el número de viajes que se pudieron realizar con la densidad m , y M es igual al número total de vehículos que se pueden tener en el escenario.

- (c) El flujo promedio de los vehículos con una cantidad m de vehículos en el escenario, es definida por la ecuación (10), donde v_i es la velocidad del vehículo i en el paso 350, que es el último en la simulación, k_m representa la densidad con m vehículos, esto se expone en la ecuación (11), donde A indica el número de celdas total que son calle en el escenario, el cual se puede calcular mediante la ecuación (12):

$$\mu_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m v_i k_m, \quad (10)$$

$$k_m = \frac{m}{A}, \quad (11)$$

$$A = n^2 + (n^2 2L), \quad (12)$$

donde n es el número de calles que que hay en vertical y horizontal y l es el número de celdas por calle.

- (d) El flujo promedio de los vehículos según los parámetros P_{inc} y P_{dec} determinado por $\hat{\mu}_{P_{inc}, P_{dec}}$ en la ecuación (13), donde M es igual al número máximo de vehículos que se puede tener en el escenario con:

$$\hat{\mu}_{P_{inc}, P_{dec}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mu_m. \quad (13)$$

Los parámetros estáticos para el experimento se muestran en la tabla 1 : el tamaño de cada celda es considerado de 7.5 metros, debido a que es aproximadamente el espacio ocupado por un coche que no está en movimiento [13]. Para una calle se consideran 12 celdas, 90 metros, una aproximación realista a lo que mide una cuadra en ciudades compactas como Manhattan.

Tabla 1. Parámetros estáticos del mundo y el modelo.

Mundo	Tamaño de la calle	12 celdas (90 metros)
	Número de calles	6 calles
	Número máximo de vehículos	899
Modelo	Velocidad máxima	3 celdas por <i>tick</i> (40 km/h)
	Probabilidad de paro	.3

5. Resultados

La información obtenida puede ser resumida en los mapas de calor mostrados en la Fig. 5, donde podemos observar la variación de los resultados según los parámetros P_{inc} y P_{dec} . También es posible observar un patrón o tendencia del incremento de viajes e incremento del flujo. Para ambos mapas de calor es posible apreciar la necesidad de mantener un nivel de P_{inc} mayor que P_{dec} para obtener datos relevantes. La Fig. 5 (a) muestra entonces una tendencia al incremento de valores desde $P_{inc} = 6$ hasta $P_{inc} = 3$ (siempre y cuando $P_{inc} > P_{dec}$) y un ligero decremento desde $P_{inc} = 2$ hasta $P_{inc} = 1$. Casi el mismo patrón de incremento ocurre en el mapa de calor de la Fig. 5 (b).

Tabla 2. Las cinco mejores combinaciones de parámetros.

#	P_{inc}	P_{dec}	Viajes
1	2	3	318
2	1	2	315
3	2	4	312
4	3	5	312
5	3	4	311

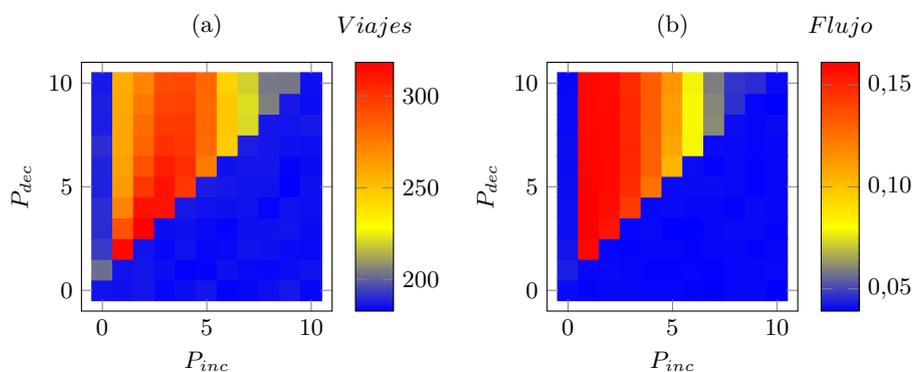


Fig. 5. Mapas de calor conforme a los parámetros P_{inc} y P_{dec} . Las zonas azules representan los valores más pequeños, las zonas naranjas valores intermedios, mientras que las zonas rojas los valores más altos. (a) El promedio de viajes que es posible realizar en 350 pasos o CAMs conforme a los parámetros, que se obtienen mediante la ecuación (8). (b) El flujo promedio conforme a los parámetros, que se obtienen mediante la ecuación (13).

Los resultados más relevantes son extraídos de los experimentos Exp00 ($P_{inc} = 0, P_{dec} = 0$) y Exp23 ($P_{inc} = 2, P_{dec} = 3$), se considera como línea base el expe-

rimento Exp00 ya que los niveles de feromona no van a cambiar y sería como no tenerla en cuenta. Por otra parte, el experimento Exp23 fue considerado ya que al observar la tabla 2, donde se establece una lista de los cinco mejores parámetros, es posible apreciar que los parámetros pertenecientes a este experimento tienen el mayor número de viajes.

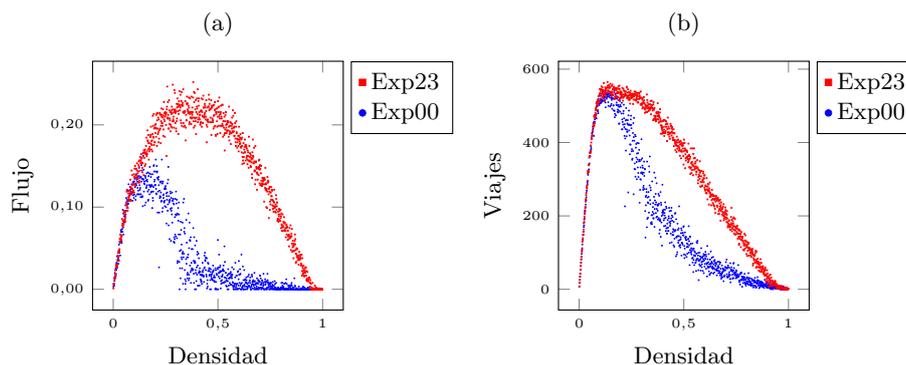


Fig. 6. Resultados obtenidos en las diferentes densidades, desde uno hasta 899 vehículos, para ambas figuras, donde Exp23 representa los resultados del experimento con los parámetros $P_{inc} = 2, P_{dec} = 3$, y Exp00 representa el experimento con los parámetros $P_{inc} = 0, P_{dec} = 0$. (a) Diagrama fundamental de densidad contra flujo. Es posible observar el comportamiento esperado y el cambio de fase con una densidad de 0.08. Este dato es calculado mediante la ecuación (10) el flujo promedio en cierta densidad. (b) Número de viajes que son posibles de realizar en un periodo de 350 pasos o CAMs. Este dato se calcula mediante la ecuación (7).

Las gráficas de la Fig. 6 muestran los resultados individuales de tales parámetros, el diagrama fundamental de la Fig. 6 (a) muestra de forma clara el incremento del flujo en toda la red con el uso de los parámetros 2 y 3, mientras que el experimento con parámetros en cero muestra un comportamiento típico de un diagrama fundamental, por otro lado es posible observar en la Fig. 6 (b), como el uso de los parámetros 2 y 3 incrementa de manera relevante el número de viajes que son posibles realizar, suavizando de forma significativa la caída de la curva.

6. Discusión

Se realizaron un total de 108 779 experimentos, los cuales permitieron indagar 121 diferentes combinaciones de parámetros de feromona, de este análisis se extrajo la mejor combinación, la cual fue comparada contra un experimento donde la feromona no tenía relevancia, de esta comparación se concluye que:

- (a) El diagrama fundamental del experimento Exp00, demuestra un comportamiento típico del flujo de la red en sus diferentes densidades.

- (b) La mejor configuración de parámetros obtenida a través de la selección mediante la maximización de los viajes (Exp23), demuestra un incremento considerable de flujo de vehículos (de hasta el 100 %) en sus diferentes densidades, esto se puede ver en la gráfica 6 (a), donde también es posible apreciar cómo ocurre la transición de fase de tráfico fluido a tráfico congestionado.
- (c) El número de viajes realizados en ambos experimentos tiende a ser el mismo hasta densidades cercanas a 0.2. Luego de esta densidad, los datos que describen la curva del experimento Exp23 superan en gran medida los del experimento Exp00, de tal modo que con el experimento Exp23 es posible observar un incremento en el número de viajes que se pueden realizar en determinado tiempo.
- (d) El algoritmo con el uso de la feromona incrementó hasta en un 100 % el flujo y el número de viajes que se pueden realizar en densidades entre 0.4 y 0.6, en comparación con un algoritmo de ruteo sin feromona.

Como trabajos futuros se plantea el estudio minucioso de diferentes tamaños del escenario. De igual forma, indagar sobre diferentes topologías, con el fin de analizar la relación que estos parámetros tienen con respecto a los parámetros de incremento y decremento de la feromona.

Agradecimientos. Este trabajo fue realizado gracias a los recursos del Centro de Ciencias de la Complejidad (C3) de la Universidad Nacional Autónoma de México, el primer autor agradece también a CONACYT-México por la beca otorgada para sus estudios de posgrado.

Referencias

1. Biham, O., Middleton, A.A., Levine, D.: Self-organization and a dynamical transition in traffic-flow models. *Physical Review A* 46(10), R6124–R6127 (nov 1992)
2. Dallmeyer, J., Schumann, R., Lattner, A.D., Timm, I.J.: Don't go with the ant flow: Ant-inspired traffic routing in urban environments. *Journal of Intelligent Transportation Systems* 19(1), 78–88 (sep 2014)
3. Dorigo, M., Maniezzo, V., Colomi, A.: Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 26(1), 29–41 (1996)
4. Fang, J., Shi, J., Chen, X.Q., Qin, Z.: A two-dimensional CA traffic model with dynamic route choices between residence and workplace. *International Journal of Modern Physics C* 21(02), 221–237 (feb 2010)
5. Ferreira, M., Fernandes, R., Conceição, H., Viriyasitavat, W., Tonguz, O.K.: Self-organized traffic control. In: *Proceedings of the seventh ACM international workshop on Vehicular InterNetworking - VANET 10*. ACM Press (2010)
6. Gershenson, C., Rosenblueth, D.A.: Self-organizing traffic lights at multiple-street intersections. *Complexity* 17(4), 23–39 (dec 2011)
7. Greenshields, B.D., Thompson, J.T., Dickinson, H.C., Swinton, R.S.: The photographic method of studying traffic behavior. *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the Highway Research Board Held at Washington, D.C.* 13, 382–399 (dec 1934)

8. INE, C.: Analysis of the Automotive Industry in Mexico. México. Instituto Nacional de Ecología (National Institute of Ecology) - Centro de Transporte Sostenible (Centre for Sustainable Transport) (2012)
9. kerner, B.: Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control. Springer Berlin Heidelberg (2009)
10. Kponyo, J., Nwizege, K., Opare, K., Ahmed, A.R., Hamdoun, H., L.O.Akazua, Alshehri, S., Frank, H.: A distributed intelligent traffic system using ant colony optimization: A NetLogo modeling approach. In: 2016 International Conference on Systems Informatics, Modelling and Simulation (SIMS). IEEE (jun 2016)
11. Lighthill, M.J., Whitham, G.B.: On kinematic waves. II. a theory of traffic flow on long crowded roads. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 229(1178), 317–345 (may 1955)
12. Medina Ramírez, S.: La importancia de reducción del uso del automóvil en México. Tendencias de motorización, del uso del automóvil y de sus impactos. México. Instituto de Políticas para el Transporte y el Desarrollo (2012)
13. Nagel, K., Schreckenberg, M.: A cellular automaton model for freeway traffic. Journal de Physique I 2(12), 2221–2229 (dec 1992)
14. Neumann, J.V.: Theory of Self-Reproducing Automata. University of Illinois Press, Champaign, IL, USA (1966)
15. Perez Leon, M.A.: Modelado de trafico vehicular (2017), tesis de maestria
16. Scellato, S., Fortuna, L., Frasca, M., Gómez-Gardeñes, J., Latora, V.: Traffic optimization in transport networks based on local routing. The European Physical Journal B 73(2), 303–308 (dec 2009)
17. Tonguz, O., Viriyasitavat, W., Bai, F.: Modeling urban traffic: A cellular automata approach. IEEE Communications Magazine 47(5), 142–150 (may 2009)
18. Tonguz, O.K., Viriyasitavat, W.: A self-organizing network approach to priority management at intersections. IEEE Communications Magazine 54(6), 119–127 (jun 2016)
19. Wolfram, S.: Statistical mechanics of cellular automata. Rev. Mod. Phys. 55(3), 601–644 (Jul 1983)